Profesor:
Fortunato Mendoza

PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

NUMERACIÓN

NUMERACIÓN Y CONTEO DE NÚMEROS

NUMERACIÓN

Es la parte de la Aritmética que se encarga de estudiar a los números en su formación, escritura y lectura

NÚMERO

Es un ente matemático que nos permiten cuantificar los elementos de la naturaleza, el cual nos da la idea de cantidad

NÚMERAL

Es la representación del número mediante símbolos

Ejemplo: XV; 15

CIFRA

Son cada uno de los símbolos que forman al numeral en un sistema de numeración posicional

Ejemplo: 0; 1; 2; 3; ....

NUMERACIÓN

ORDEN Y LUGAR DE UNA CIFRA

Ejemplo : Sea el numeral 8245

Lugar →

1°	2°	3°	4°
8	2	4	5

← Orden

- 5: Cifra de 1er orden
- 4: Cifra de 2do orden
- 2: Cifra de 3er orden
- 8: Cifra de 4er orden

BASE DE UN SISTEMA DE NUMERACIÓN

Nos indica como se agrupan las cantidades para formar los ordenes de un numeral. En la base n se cumple que n unidades de un orden cualquiera se convierte en una unidad del orden inmediato superior

NUMERACIÓN

Ejemplo1

En base 10, se agrupa de 10 en 10

* * * * *
* * * * *
* * * * *
* *

17

Base 10 ó Decimal

Ejemplo2

En base 6, se agrupa de 6 en 6

* * * * *
* * * * *
* * * * *
* *

25

Base 6 ó Senario

Conclusión: $17 = 25_{(6)}$

NUMERACIÓN

PRINCIPIO

1. Sobre la base

Toda base de un sistema de numeración es un entero mayor que la unidad

$$\boxed{\text{Base} \in Z > 1}$$

Es decir: Base = 2; 3; 4; 5; ....

2. Sobre la cifra

Toda cifra es mayor o igual a cero pero menor que la base

$$\boxed{0 \leq \text{cifra} \in Z < \text{Base}}$$

NUMERACIÓN

Ejemplos:

* En base 10

  Cifras: 0; 1; 2; 3; ....; 9

* En base 8

  Cifras: 0; 1; 2; 3; ....; 7

* En base n

  Cifras: $0; \underbrace{1; 2; \ldots\ldots\ldots\ldots; (n-1)}_{\text{Significativas}} \longrightarrow$ Cifra máxima

3. Sobre el valor de las cifras

Toda cifra en un numeral tiene dos valores

Valor Absoluto (VA) .- Es el que tiene de acuerdo a su símbolo

Valor Relativo (VR) .- Es el que tiene de acuerdo a su posición

Ejemplo:

En base 10 : Sea el numeral 2 578

$VA(2) = 2$ $VR(2) = 2 .10^3$

$VA(5) = 5$ $VR(5) = 5 .10^2$

$VA(7) = 7$ $VR(7) = 7 . 10$

$VA(8) = 8$ $VR(8) = 8$

En base 9 : Sea el numeral $7432_{(9)}$

$VA(7) = 7$ $VR(7) = 7 . 9^3$

$VA(4) = 4$ $VR(4) = 4 . 9^2$

$VA(3) = 3$ $VR(3) = 3 . 9$

$VA(2) = 2$ $VR(2) = 2$

PITAGORAS ACADEMIA

NUMERACIÓN

PRINCIPALES SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Base	Sistema	Cifra
2	Binario	0;1
3	Ternario	0;1;2
4	Cuaternario	0;1;2;3
5	Quinario	0;1;2;3;4
6	Senario	0;1;2;3;4;5
7	Heptanario	0;1;2;3;4;5;6
8	Octonario	0;1;2;………;7
9	Nonario	0;1;2;………;8
10	Decimal	0;1;2;………;9
11	Undecimal	0;1;2;………;9;(10)
12	Duodecimal	0;1;2;………;9;(10);(11)

NUMERACIÓN

Nota:

Toda cifra de mayor orden es significativa, es decir, diferente de cero

Ejemplo:

Sea el numeral: $\overline{abc}_{(7)}$

Se cumple: 0 < a < 7

0 ≤ b; c < 7

NUMERAL CAPICÚA

Son aquellos numerales cuyas cifras equidistantes son iguales

Ejemplos:

$\overline{aa}$; $\overline{aba}$; $\overline{abba}$; $\overline{abcba}$;

NUMERACIÓN

DESCOMPOSICIÓN POLINOMICA DE UN NUMERAL

Es la suma de los valores relativos de las cifras de un numeral

Ejemplos:

* $2\ 578 = 2.10^3 + 5.10^2 + 7.10 + 8$

* $\overline{abc} = a.10^2 + b.10 + c$

* $\overline{abcd}_{(8)} = a.8^3 + b.8^2 + c.8 + d$

* $\overline{abcde}_{(n)} = a.n^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e$

NUMERACIÓN

En bloques:

$$\overline{abc\,xyz} = \overline{abc}.10^3 + \overline{xyz}$$

$$\overline{ab\,mn\,pq} = \overline{ab}.10^4 + \overline{mn}.10^2 + \overline{pq}$$

$$\overline{ab\,mn\,pq}_{(k)} = \overline{ab}_{(k)}.k^4 + \overline{mn}_{(k)}.k^2 + \overline{pq}_{(k)}$$

CAMBIO DE BASE

I. DE BASE ≠ 10 A BASE 10

Método : Por descomposición polinómica

Ejemplo :

Convertir $4576_{(9)}$ al sistema decimal

Resolución:

$$4576_{(9)} = 4.9^3 + 5.9^2 + 7.9 + 6$$

$$4576_{(9)} = 3\,390$$

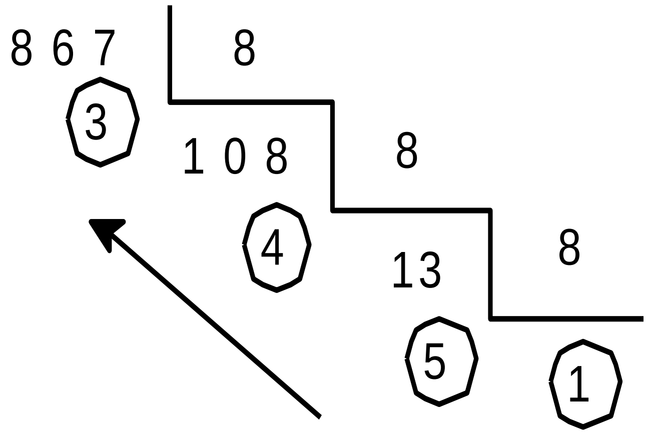
II. DE BASE 10 A BASE ≠ 10

Método : Por divisiones sucesivas

Ejemplo :

Convertir 867 al sistema octonario

Resolución :



$$\therefore 867 = 1543_{(8)}$$

NUMERACIÓN

PROPIEDADES:

1. Numerales equivalentes

Ejemplo:

$$\overset{+}{\overline{abc}}\,{}_{\underset{-}{(x)}} = \overset{-}{\overline{mn}}\,{}_{\underset{+}{(y)}} \longrightarrow x < y$$

2. Numeral con cifras máximas

Se cumple:

$$\boxed{\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ \ldots\ldots\ldots\ (n-1)}}_{k\ \text{cifras}}{}_{(n)} = n^{k} - 1}$$

3. Numeral con bases sucesivas

Se cumple:

$$\begin{array}{l} \overline{1a} \\ \quad \overline{1b} \\ \quad\quad \overline{1c} \\ \quad\quad\quad \ddots \\ \quad\quad\quad\quad \overline{1x}_{\,(k)} \end{array} = k + (a + b + c + \ldots + x)$$

4. Existencia de un numeral

Si un número N se escribe con k cifras en la base b, se cumple:

$$\boxed{b^{k-1} \leq N < b^{k}}$$

Ejemplo:

Si N = $\overline{abc}$, entonces: $10^2 \leq N < 10^3$

Si N = $\overline{abcd}_8$ entonces: $8^3 \leq N < 8^4$

CONTEO DE NÚMEROS

I. PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Es aquella sucesión en la cual se cumple que la razón aritmética entre dos términos consecutivos es constante.

Ejemplos:

13, 20, 27,........

40, 37, 34, ...

Donde:

PA: $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots \ldots, a_n}$

a_1 : Primer término

a_n : Último término

r : Razón de la progresión aritmética

CONTEO DE NÚMEROS

Termino de lugar k

$$\boxed{a_k = a_1 + (k-1)r}$$

Ejemplo: 13; 20; 27; ....

$a_{31} = 13 + 30.7 = 223$

Número de términos:

$$\boxed{\#t = \frac{\text{Último} - \text{Primero}}{\text{Razón}} + 1}$$

Ejemplo:

14; 20; 26; ....; 200

$$\#t = \frac{200-14}{6} + 1 = 32$$

CONTEO DE NÚMEROS

Caso particular

Si los números son consecutivos (r=1), se cumple:

$$\boxed{\sharp t = (\text{último} - \text{primero}) + 1}$$

Ejemplo: 12; 13; 14; 127

$\sharp\, t = (127 - 12) + 1 = 116$

CANTIDAD DE CIFRAS DE UNA SUCESIÓN NATURAL

Se tiene: $\underbrace{1;\ 2;\ 3;\ \ldots\ldots.;\ N}$ # de k cifras

Se cumple:

$$\boxed{\text{Cant. cifras} = (N+1)K - \underbrace{11\ldots\ldots\ldots\ldots1}_{k\ \text{cifras}}}$$

donde k es el número de cifras de N.

Ejemplo: 1; 2; 3; 246

Cantidad de cifras= (246 + 1)3 - 111

Cantidad de cifras= 630

CONTEO DE NÚMEROS

SUCESIÓN DE ORDEN SUPERIOR

Ejemplo: Sea la sucesión: 7; 17; 30; 46; 65; ....

7; 17; 30; 46; 65; ....

10 13 16 19

3 3 3

El término de lugar n está determinado por:

$$a_n = 7 + 10\frac{(n-1)}{1!} + 3\frac{(n-1)(n-2)}{2!}$$

II. MÉTODO COMBINATORIO

Es aquel procedimiento que nos determina la cantidad de números que existen y cumplen cierta condición. La cantidad de numerales está determinado por el producto de las cantidades de valores que pueden adoptar las variables independientes contenidas en la forma del numeral dado.

Ejemplo:

¿Cuántos numerales capicúas de 5 cifras existe en base 8?

Resolución:

$$\overline{a\ b\ c\ b\ a}_{(8)} \qquad \text{cifras: } 0;\ 1;\ 2;\ \ldots;\ 7$$

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 7 & 8 & 8 \end{array}$$

7.8. 8 = 448 números

Rpta: 448

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. ¿Cuántos números de 3 cifras de la base 15, al sumarles el número del lugar correspondientes a cada una de sus cifras, quedan convertidas al sistema duodecimal?

A) 6 **B) 7** **C) 8**

D) 9 **E) 10**

Resolución

Sea $\overline{abc}_{(15)}$ uno de los números

Por dato $\overline{abc}_{(15)} = \overline{(a+1)(b+2)(c+3)}_{(12)}$

DP $\quad a \,.\, 15^2 + b \,.\, 15 + c = (a+1)\,.\,12^2 + (b+2)12 + c + 3$

$225a + 15b + c = 144a + 144 + 12b + 24 + c + 3$

$81a + 3b = 171 \longrightarrow 27a + b = 57$

$\downarrow \quad \downarrow$

$2 \quad\; 3$

Obs: $a = 2$; $b = 3$; $c = 0 ; 1 ; 2 ; ...; 8$

Como c toma 9 valores

$\therefore$ 9 números cumplen con la condición

Clave: D

PROBLEMAS

2. Si se cumple : $\overline{5bc}_{(8)} = \overline{ddc}_{(7)}$

Además : $\overline{4e}_{(\overline{ed})} = \overline{e0e}_{(8)}$

Calcular el valor máximo de " b + c + d + e"

A) 11 **B) 12** **C) 13**

D) 14 **E) 15**

Resolución

Se tiene $\overline{5bc}_{(8)} = \overline{ddc}_{(7)}$ ....(1)

$\overline{4e}_{(\overline{ed})} = \overline{e0e}_{(8)}$ ....(2)

De (2) $4\,\overline{ed} + e = e\,.\,8^2 + e \longrightarrow 4\,\overline{ed} = 64e$

$\overline{ed} = 16e \longrightarrow 10e + d = 16e \longrightarrow d = 6e$

e = 1 ; d = 6

En (1) $\overline{5bc}_{(8)} = \overline{66c}_{(7)}$

DP: $5\,.\,8^2 + b\,.\,8 + c = 6\,.\,7^2 + 6\,.\,7 + c$

$320 + 8b + c = 336 + c$

$8b = 16 \longrightarrow b = 2$

Obs: c puede tomar cualquier valor

c = 0 ; 1 ; 2 ; ...; 6

$\therefore\ (b + c + d + e)_{max} = 2 + 6 + 6 + 1 = 15$

Clave: E

3. Si : $\underbrace{\overline{aa\ldots a}}_{(a+1)\text{ cifras}}{}_{(a+1)} = \overline{(a-1)0cb}_{(5)}$

(a + 1) cifras

Calcular : a + b + c

A) 3 **B) 4** **C) 5**

D) 6 **E) 7**

Resolución

Se tiene $\underbrace{\overline{aa\ldots a}}_{(a+1)\,cifras}{}_{(a+1)} = \overline{(a-1)0cb}_{(5)}$

$(a+1)\,cifras$

$(a+1)^{a+1}-1 = \overline{(a-1)0cb}_{(5)}$....(1)

Por la propiedad de existencia

$5^3 \leq (a+1)^{a+1}-1 < 5^4$

$126 \leq (a+1)^{a+1} < 626$ ⟶ a=3

En (1) $255 = \overline{20cb}_{(5)}$

255 a base 5 ⟶ $255 = 2010_{(5)}$

Obs: c = 1 ; b = 0

∴ a +b + c = 3 + 0 + 1 = 4

Clave: B

PROBLEMAS

4. Si : $\overline{ab}_{\overline{c(b-1)}_{\overline{c(b+1)}_{\overline{c(b+3)}_{12}}}} = 105$

$\overline{cm}_9 = \overline{2c}_m$

Calcular : a + b + c

A) 8 **B) 9** **C) 10**

D) 11 **E) 12**

Resolución

Se tiene $\overline{ab}_{\overline{c(b-1)}_{\overline{c(b+1)}_{\overline{c(b+3)}_{12}}}} = 105$ ....(1)

$\overline{cm}_9 = \overline{2c}_m$ ....(2)

De (2) $9c + m = 2m + c \longrightarrow 8c = m$

c = 1 ; m = 8

En (1) $\overline{ab}_{\overline{1(b-1)}_{\overline{1(b+1)}_{\overline{1(b+3)}_{12}}}} = 105$

Por propiedad:

$\overline{ab}_{(12+3b+3)} = 105 \longrightarrow \overline{ab}_{(3b+15)} = 105$

a (3b + 15) + b = 105

3a (b + 5) + (b + 5) = 105 + 5

(b + 5)(3a + 1) = 110

(b + 5)(3a + 1) = 11 * 10 $\longrightarrow$ a = 3 ; b = 6

∴ a + b + c = 3 + 6 +1 = 10

Clave: C

5. Convertir el menor numeral de la base 9, cuya suma de cifras es 324 al sistema de base 27. Dar como respuesta la suma de cifras

A) 690 **B) 692** **C) 694**
D) 696 **E) 698**

Resolución

Menor número de la base 9 cuya suma de cifras es 324

$$324 \div 8 = 40,\ \text{residuo } 4 \longrightarrow \underbrace{488\ldots8_{(9)}}_{40\ \text{cifras}}$$

Por casos especiales: B(9) ⟶ B(3) ⟶ B(27)

Base: 3^2 4 8 8 8 8 .... 8 $8_{(9)}$ ⟶ 41 cfs

Base: 3 11 22 22 22 22 .... 22 $22_{(3)}$ ⟶ 82 cfs

Base: 3^3 1 (17) (26) (26) .... $(26)_{(27)}$ ⟶ 28 cfs

Observación:

$$122_{(3)} = 1\,.\,3^2 + 2\,.\,3 + 2 = 17$$

$$222_{(3)} = 2\,.\,3^2 + 2\,.\,3 + 2 = 26$$

Piden:

$$\sum cifras = 1 + 17 + (26)26$$

$$\sum cifras = 694$$

Clave: C

PROBLEMAS

6. Si el numeral $1457_{(n)}$ se expresa en base (n+1).
¿Cuánto suman sus cifras?

A) 5 **B) 7** **C) 9**
D) 11 **E) 13**

Resolución

$1457_{(n)}$ a base (n + 1)

DP → B(10) → DS

1°) $1457_{(n)} = n^3 + 4n^2 + 5n + 7$

2°)

$n^3 + 4n^2 + 5n + 7 \;\big|\; n + 1$

$3n^2 + 5n$ $\qquad n^2 + 3n + 2 \;\big|\; n+1$

$2n + 7$ $\qquad 2n + 2$ $\qquad n + 2 \;\big|\; n + 1$

5 $\qquad$ 0 $\qquad$ 1 $\qquad$ 1

→ $1457_{(n)} = 1105_{(n+1)}$

$\sum cifras = 1 + 1 + 0 + 5$

$\sum cifras = 7$ **Clave: B**

PROBLEMAS

7. Si el numeral 210010201021 de base "n" se convierte en base "n^3" la suma de cifras se quintuplica. ¿En cuántos sistemas de numeración n^5 se expresa con cuatro cifras?

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 6**

Resolución

$210010201021_{(n)}$ a base n^3

Por casos especiales:

Base: n $\quad \underbrace{2\ 1\ 0}\ \underbrace{0\ 1\ 0}\ \underbrace{2\ 0\ 1}\ \underbrace{0\ 2\ 1}_{(n)}$

Base: n^3 $\quad (2n^2+n)\quad n \quad (2n^2+1)\ (2n+1)_{(n^3)}$

Por dato $\quad 4n^2 + 4n + 2 = 5(10)$

$4n^2 + 4n = 48 \longrightarrow n^2 + n = 12 \longrightarrow n = 3$

Sea k uno de las bases

$3^5 = \overline{abcd}_{(k)} \longrightarrow 243 = \overline{abcd}_{(k)}$

Se cumple:

$$k^3 \leq 243 < k^4$$

<u>Observación:</u>

K = 4 ; 5 ; 6 $\longrightarrow$ k toma 3 valores

Clave: B

8. Un número impar del sistema decimal al representarlo en base ¨p¨ se tiene $\overline{(a+2)78}$, además este numeral resulta ser igual a: $\overline{a(a+1)(a+2)(a+3)}_{(a+4)}$. Calcular la suma de cifras de: $\overline{5a(a+3)(a+4)}_{(p-4)}$ en base $(p-4)^2$, si a es menor que 4

A) 70 **B) 72** **C) 76**

D) 78 **E) 80**

Resolución

Sea N el número impar

Por dato:

$$N = \overline{(a+2)78}_{(p)} = \overline{a(a+1)(a+2)(a+3)}_{(a+4)} \quad ....(1)$$

Para que N sea impar,

$a+4 = \text{par} \longrightarrow$ a es par

Dato: $a < 4 \longrightarrow a = 2$

En (1) $478_{(p)} = 2345_{(6)} \longrightarrow p = 11$

Piden: $5256_{(7)}$ a base 7^2

Por casos especiales $\underbrace{52}\underbrace{56}_{(7)} = (37)(41)_{(49)}$

Piden: $\sum cifras = 37 + 41 = 78$

Clave: D

9. Si se cumple : $\overline{ab00}_{(5)} = \overline{c0c}_{(8)}$

Calcular en cuántos sistemas de numeración el numeral $\overline{cab}$ se expresa con 3 cifras

A) 12 **B) 13** **C) 14**

D) 15 **E) 16**

Resolución

Se tiene $\overline{ab00}_{(5)} = \overline{c0c}_{(8)}$

DP: 125a + 25b = 65c

25a + 5b = 13c

Obs: c = 5 $\longrightarrow$ 25a + 5b = 65

5a + b = 13

a = 2 ; b = 3

Luego: $\overline{cab} = 523 = \overline{xyz}_{(k)}$

Se cumple: $k^2 \leq 523 < k^3$

k = 9 ; 10 ; 11 ; … ; 22

k toma: 22 – 9 + 1 = 14 valores

Clave: C

10. Si se cumple : $\overline{4a53}_n = \overline{2b44}_8$

calcular el valor de "c" si : $\overline{(a-1)b}_{\overline{[a(n-1)_c]}} = \overline{(2a)(a-1)}_n$

A) 8 **B) 3** **C) 7**

D) 9 **E) 6**

Resolución

Por dato: $\overline{4a53}_n = \overline{2b44}_8$ ....(1)

$\overline{(a-1)b}_{\overline{[a(n-1)_c]}} = \overline{(2a)(a-1)}_n$ ....(2)

De(1) 5 < n < 8 ; como el numeral es par ⟶ n = 7

En (1) $\overline{4a53}_7 = \overline{2b44}_8$

DP: $4 \,.\, 7^3 + a \,.\, 7^2 + 5 \,.\, 7 + 3 = 2 \,.\, 8^3 + b \,.\, 8^2 + 4 \,.\, 8 + 4$

49a + 1410 = 64b + 1060 ⟶ 49a + 350 = 64b

Obs: b = 7 ⟶ 7a + 50 = 64

a = 2

En (2) $17_{26_{(c)}} = 41_{(7)}$

$17_{(2c+6)} = 29$

$2c + 6 + 7 = 29$

$2c = 16$

$c = 8$

Clave: A

11. Calcular la suma de cifras del 11avo. término de la P.A:

$\overline{\mathbf{1m}}_{n}$; $\overline{\mathbf{1(3m)}}_{n}$; $\overline{\mathbf{(m-1)(m-1)}}_{n}$ **; … en base n**

A) 3 **B) 6** **C) 10**

D) 7 **E) 16**

Resolución

PA: $\overline{1m}_{n}$; $\overline{1(3m)}_{n}$; $\overline{(m-1)(m-1)}_{n}$; ……

$2m$ $\quad$ 2m

Obs: m - 1 = 2 ⟶ m = 3

$19_{n} + 6 = 22_{n}$ ⟶ n = 13

PA: $13_{13}; 19_{13}; 22_{13}; \ldots\ldots$

6 $\quad$ 6

Piden

$a_{11} = a_{1} + 10r \longrightarrow a_{11} = 13_{13} + 10(6) = 76$

$a_{11} = 5(11)_{13} \longrightarrow \sum cifras = 5 + 11 = 16$

Clave: E

12. De un libro se arrancan todas las páginas terminadas en cifras 7, observándose que se eliminan 230 cifras de la numeración del libro en total. ¿Cuál es el número máximo de páginas que puede tener el libro? dar la suma de cifras de este número.

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Resolución

Libro: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ....; N

Al arrancar las páginas que terminan en 7 también quedan arrancadas las páginas que terminan en 8

Páginas arrancadas

7 ; 17 ; 27 ; ....; 97 ; 107 ; 117 ; ....;417

8 ; 18 ; 28 ; ....; 98 ; 108 ; 118 ; ....;418

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{8}_{\substack{1h \\ 2cfs}} ; \underbrace{18 ; 28 ; \ldots ; 98}_{\substack{9h \\ 36cfs}}}_{38cfs} ; \underbrace{\underbrace{108 ; 118 ; \ldots ; 418}_{32h}}_{192cfs}}_{230\ cfs}$$

Luego:

$$N_{max} = 426 \longrightarrow \sum cifras = 12$$

Clave: A

13. La siguiente progresión aritmética: $\overline{ab}_{(2)}$; $\overline{ac}_{(4)}$; $\overline{c0}_{(4)}$; ….. es creciente y tiene $\overline{(n+1)n}$ términos; además su término central es $\overline{xyn}$.

Calcular: x + y + n + a + b + c

A) 10 **B) 14** **C) 15**

D) 16 **E) 17**

Resolución

PA: $\underbrace{\overline{ab}_{(2)} \ ; \overline{ac}_{(4)}}_{r} \ ; \ \overline{c0}_{(4)}$; …..

(diferencias: r, r)

Se cumple: $\overline{ac}_{(4)} - \overline{ab}_{(2)} = \overline{c0}_{(4)} - \overline{ac}_{(4)} \longrightarrow$ 6a = 2c + b

b = 0 $\longrightarrow$ $3a$ = c $\longrightarrow$ a = 1 ; c = 3

PA: $10_2; 13_4; 30_4; \ldots \ldots.$

PA: 2 ; 7 ; 12 ; … … . ; N

5 5

PROBLEMAS

Dato:

$\#t = \overline{(n+1)n} \longrightarrow \dfrac{N-2}{5} + 1 = \overline{(n+1)n} \longrightarrow N = 5[\overline{(n+1)n} - 1] + 2$

Dato: Término central $= \overline{xyn} \longrightarrow \dfrac{2+N}{2} = \overline{xyn}$

$5[\overline{(n+1)n} - 1] + 4 = 2\,\overline{xyn}$

<u>Obs:</u> n = 7 $\longrightarrow$ $5(86) + 4 = 2\,\overline{xyn} \longrightarrow \overline{xyn} = 217$

x = 2 ; y = 1

Piden: x + y + n + a + b + c = 2 + 1 + 7 + 1 + 0 + 3 = 14

Clave: C

14. Se tiene la siguiente P.A: $\overline{ab}$; $\overline{a(b+4)}$; $\overline{b(b-2)}$; …. ; $\overline{(b+1)(b+1)b}$; de 156 términos. Hallar la suma de cifras del décimo término de la sucesión: $\overline{(b-2)(a-2)b}$; $\overline{a(b+3)}$; $\overline{(b+1)(a+3)}$; $\overline{(a+4)(a+b)}$

A) 10 **B) 12** **C) 14**

D) 16 **E) 18**

Resolución

PA: $\underbrace{\overline{ab} \;;\; \overset{4}{\vphantom{x}}\; \overline{a(b+4)} \;;\; \overset{4}{\vphantom{x}}\; \overline{b(b-2)} \;;\; \ldots \;;\; \overline{(b+1)(b+1)b}}_{\#t\,=\,156}$

Obs: $\overline{a(b+4)} + 4 = \overline{b(b-2)} \longrightarrow b + 8 = \overline{1(b-2)}$ y $a + 1 = b$

Como: #t = 156 $\longrightarrow \dfrac{\overline{(b+1)(b+1)b} - \overline{ab}}{4} + 1 = 156$

$\overline{(b+1)(b+1)b} - \overline{ab} = 620 \longrightarrow \overline{(b+1)20} = 620 \longrightarrow$ b = 5 ; a = 4

Sucesión: $32\ ;\ 48\ ;\ 67\ ;\ 89\ ;\ \ldots\ \ldots .$

16 19 22

3 3

Sucesión de segundo orden

$$a_n = 32 + \frac{16(n-1)}{1!} + \frac{3(n-1)(n-2)}{2!}$$

Para n = 10

$$a_{10} = 32 + \frac{16(9)}{1} + \frac{3(9)(8)}{2}$$

$$a_{10} = 32 + 144 + 108 = 284$$

$$\sum cifras = 14$$

Clave: C

15. Calcular el término de lugar 40, en la siguiente sucesión:

7, 10, 16, 25, 37, ...

A) 2 437 B) 2 347 C) 2 473 D) 2 734 E) 2 374

Resolución:

Sucesión: 7 ; 10 ; 16 ; 25 ; 37; ... .

3 6 9 12

3 3 3

Sucesión de segundo orden

$$a_n = 7 + \frac{3(n-1)}{1!} + \frac{3(n-1)(n-2)}{2!}$$

Para n = 40

$$a_{40} = 7 + \frac{3(39)}{1} + \frac{3(39)(38)}{2}$$

$$a_{40} = 7 + 117 + 2223$$

$$a_{40} = 2347$$

Clave: B

16. ¿Cuántos números de la forma $\overline{(a+2)(\frac{c}{3})(a-3)(\frac{b-3}{2})(c-2)}$, existen?

A) 48 **B) 618** **C) 150**

D) $9x10^4$ **E) 384**

Resolución

Se tiene: $\overline{(a+2)(\frac{c}{3})(a-3)(\frac{b-3}{2})(c-2)}$

3	0	3
4	1	6
5	2	9
6	.	
7	.	
	9	

$5 \quad * \quad 10 \quad * \quad 3 \quad = 150\#s$

Clave: C

17. ¿Cuántos números naturales de 3 cifras de sistema de base 8, siempre utilizan la cifra 4 en su escritura?

A) 180 **B) 294** **C) 114**

D) 154 **E) 256**

Resolución

Si del total de números le quitamos los números que no utilizan cifra 4“, entonces nos dará los números que si utilizan la cifra 4"

1°)Total de números

$$\overline{a\ b\ c}_{(8)}$$

$$7 * 8 * 8 = 448\#s$$

2°)No utilizan cifra “4”

$$\overline{a\ b\ c}_{(8)}$$

$$6 * 7 * 7 = 294\#s$$

Si utilizan cifra “4” : 448 – 294 = 154 #s

Clave: D

PROBLEMAS

18. ¿Cuántos números impares de 3 cifras existen, tal que la suma de sus 3 cifras sea un número impar?

A) 200 **B) 225** **C) 275**

D) 175 **E) 220**

Resolución

Sea el número impar $\overline{abc}$ $\longrightarrow$ c es impar

Dato: a +b +c = impar

1° forma: $\dfrac{\text{I} \quad \text{I} \quad \text{I}}{a \quad b \quad c}$

$$5 * 5 * 5 = 125\#s$$

2° forma: $\dfrac{\text{P} \quad \text{P} \quad \text{I}}{a \quad b \quad c}$

$$4 * 5 * 5 = 100\#s$$

Total: 125 + 100 = 225 #s

Clave: B

19. La cantidad de numerales de la forma $\overline{(2a)(2b)(a+b)}_{(n)}$ es 156 donde "n" es par; calcule "n" (a ; b ∈ Z)

A) 12 **B) 16** **C) 18**

D) 24 **E) 26**

Resolución

Existen 156 números de la forma $\overline{(2a)(2b)(a+b)}_{(n)}$

Por el método combinatortio (Sea n = 2k)

$$\overline{(2a)\quad(2b)\quad(a+b)}_{(2k)}$$

$(2a)$	$(2b)$
1	0
2	1
.	2
.	.
k-1	.
	k-1

(k-1) * k $= 156$ ⟶ $k = 13$

$\therefore\ n = 2(13) = 26$

Clave: E

20. Hallar la base del sistema de numeración en el cual se cumple, que la cantidad de números de 3 cifras significativas es igual, a la cantidad de cifras que se utilizan al escribir en dicho sistema todos los números desde 1 hasta 242. (242 está escrito en el sistema de referencia)

A) 6 **B) 7** **C) 8**

D) 9 **E) 10**

Resolución

Sea n la base del sistema de numeración

1°) $\overline{abc}$ a ; b ; c ≠ 0

(n-1) * (n-1) * (n-1) $= (n-1)^3 \#s$

2°) $\underbrace{1;\ 2;\ 3;\ \ldots\ldots\ ;\ 242_n}$

Cant. Cfs = $[242_n + 1]3 - 111_n$

Por dato $(n-1)^3 = [243_n]3 - 111_n$

$$n^3 - 3n^2 + 3n - 1 = (2n^2 + 4n + 3)3 - (n^2 + n + 1)$$

$n^3 - 3n^2 + 3n - 1 = 5n^2 + 11n + 8 \longrightarrow n^3 - 8n^2 - 8n = 9$

$n(n^2 - 8n - 8) = 9 \longrightarrow n = 9$

Clave: D

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS